

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

019217

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА																																															
2.	Вариант	I																																															
3.	Класс	11																																															
4.	Фамилия	БАРСУКОВА																																															
	Имя	РЕГИНА																																															
	Отчество	ВЛАДИМИРОВНА																																															
5.	Дата рождения	<table><tr><td>0</td><td>1</td><td></td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td colspan="3">Число</td><td colspan="3">Месяц</td><td colspan="4">Год</td><td></td></tr></table>																										0	1		1	2		2	0	0	1		Число			Месяц			Год				
0	1		1	2		2	0	0	1																																								
Число			Месяц			Год																																											
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Новосибирская область																																															
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	пгт																																															
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Р.п. Краснозёрское																																															
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МКОУ Краснозёрская СОШ №1																																															

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись



Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
211	20.03.19	Корякшин Е.Е.	W

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	8	0	211

② $f(x) = 2 \cos 2x + 2 \cos x - 2019$

$$f(x) = 2(2 \cos^2 x - 1) + 2 \cos x - 2019$$

$$\cos x = t \quad (-1 \leq t \leq 1)$$

$$\begin{cases} f(t) = 4t^2 + 2t - 2021 \\ -1 \leq t \leq 1 \end{cases}$$

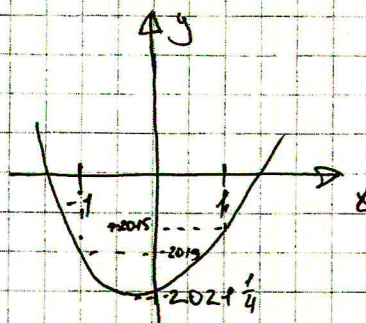
Ф-ия $4t^2 + 2t - 2021$ - парабола

вершина: $t_0 = -\frac{1}{4}$ $t_0 = -\frac{b}{2a}$

$$y_0 = -2021 \frac{1}{4}$$

$$f(-1) = 4 - 2 - 2021 = -2019$$

$$f(1) = 4 + 2 - 2021 = -2015$$



$$E(f(t)) = [-2021 \frac{1}{4}; -2015]$$

Целые значения: $-2021, -2020, -2019, -2018, -2017, -2016, -2015$

Ответ: 7 целых чисел.

① $\sqrt{2018 - \sqrt{2019 \cdot 2017}} + \sqrt{2016 - \sqrt{2017 \cdot 2015}} + \dots + \sqrt{2 - \sqrt{3 \cdot 1}}$

Представим 2018 как $\frac{2019 + 2017}{2}$

$$\frac{2019}{2} - \sqrt{2019 \cdot 2017} + \frac{2017}{2}$$

$$\frac{(\sqrt{2019} - \sqrt{2017})^2}{2} = \frac{\sqrt{2019} - \sqrt{2017}}{\sqrt{2}}$$

аналогично с последующими слагаемыми.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2019} - \sqrt{2017} + \sqrt{2017} - \sqrt{2015} + \dots - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2019} - 1) =$$

$$= \frac{\sqrt{2019} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4038} - \sqrt{2}}{2}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{4038} - \sqrt{2}}{2}$

$$\textcircled{3} \begin{cases} xy + 5yz - 6xz = -2z \\ 2xy + 9yz - 9xz = -12z \\ yz - 2xz = 6z \end{cases} \quad \text{сделаем замену} \quad \begin{cases} xy = a \\ yz = b \\ xz = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5b - 6c = -2z \\ 2a + 9b - 9c = -12z \\ b - 2c = 6z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5b - 6c = -2z \\ 2a + 9b - 9c = -12z \\ b - 2c = 6z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5b - 6c = -2z \\ 2a + 9b - 9c = -12z \\ b - 2c = 6z \end{cases}$$

Умножим $(a + 5b - 6c = -2z) \cdot 2$

$$\textcircled{5} \begin{cases} 2a + 10b - 12c = -4z \\ 2a + 9b - 9c = -12z \\ -1b + 3c = -8z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + 10b - 12c = -4z \\ 2a + 9b - 9c = -12z \\ -1b + 3c = -8z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + 10b - 12c = -4z \\ 2a + 9b - 9c = -12z \\ -1b + 3c = -8z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5b - 6c = -2z \\ -b + 3c = -8z \\ b - 2c = 6z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5b - 6c = -2z \\ -b + 3c = -8z \\ b - 2c = 6z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5b - 6c = -2z \\ -b + 3c = -8z \\ b - 2c = 6z \end{cases}$$

$$\textcircled{+} \begin{array}{r} -b + 3c = -8z \\ b - 2c = 6z \\ \hline c = -2z \end{array}$$

$$\begin{cases} a + 5b - 6c = -2z \\ -b + 3c = -8z \\ c = -2z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5b - 6c = -2z \\ -b + 3c = -8z \\ c = -2z \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5b - 6c = -2z \\ -b + 3c = -8z \\ c = -2z \end{cases}$$

Вернемся к замене $c = xz$; $xz = -2z$ $x = -2$; $z = 0$

1) $z = 0$

$$\begin{cases} xy = 0 \\ 2xy = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow xy = 0 \begin{cases} x = 0 \\ y \in \mathbb{R} \\ y = 0 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (0; \mathbb{R}; 0), (\mathbb{R}; 0; 0) \quad x, y \in \mathbb{R}$$

$$2) \begin{cases} z \neq 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$-yz + 3xz = -8z$$

$$y = 3x + 8$$

$$y = 2$$

$$xy + 5yz - 6xz = -2z$$

$$-4 + 10z + 12z + 2z = 0$$

$$24z = 4$$

$$z = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ответ: } (0; 2; 0)$$

$$(R; 0; 0)$$

$$(R; 2; \frac{1}{6})$$

R - любое действительное число

+

$$④ \begin{cases} 10^{15} < M \leq 10^{16} \\ M \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow M \in A$$

1 условие: $M = n^2, n \in \mathbb{N}$

Пусть x - последняя цифра числа n ($0 \leq x \leq 9$)

$$n = k \cdot 10 + x, k \in \mathbb{N}$$

$$M = n^2 = 100k^2 + 20kx + x^2 = 20(5k^2 + kx) + x^2$$

$(20(5k^2 + kx))$ - оканчивается на 0 и имеет четное число десятков (или 0)

2 условие:

в числе M - число десятков 1, необходимо 0, чтобы в числе было четное кол-во десятков

$$0^2 = 0$$

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$4^2 = 16 \quad \checkmark$$

$$5^2 = 25$$

$$6^2 = 36 \quad \checkmark$$

$$7^2 = 49$$

$$8^2 = 64$$

$$9^2 = 81$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=6 \end{cases} = \begin{cases} n=10k+4 \\ n=10k+6 \end{cases}$$

число n - четное $\Rightarrow M$ - четное

$$10^{15} \leq n^2 \leq 10^{16} \quad 10^{14} \cdot 10 \leq n^2 \leq 10^{16} \quad 10^7 \sqrt{10} \leq n \leq 10^8$$

т.к. $10^2 \sqrt{10} < 4 \cdot 10^4$ то $4 \cdot 10^7 \leq n < 10^8$

В промежутке $\frac{10^8 - 4 \cdot 10^7}{100} = 6 \cdot 10^5$ - сотен последовательных натуральных чисел. А т.к. в каждой сотне можно найти 4 числа $m \in A$, то кол-во этих чисел не меньше $4 \cdot 6 \cdot 10^5 \geq 10^6$, т.т.д.